

# Matematika

## Číselné množiny (obory)

$\mathbb{N}$  – množina všech přirozených čísel (1, 2, 3, ..., n)

$\mathbb{N}_0$  – množina všech celých přirozených čísel s nulou (0, 1, 2, 3, ..., n)

$\mathbb{Z}$  – množina všech celých čísel (-n, ..., -2, -1, 0, 1, 2, ..., n)

$\mathbb{Q}$  – množina všech racionálních čísel (tj. čísel, která lze zapsat ve tvaru zlomku  $m/n$ , kde  $m \in \mathbb{Z}$  a  $n \in \mathbb{N}$ )

$\mathbb{R}$  – množina všech reálných čísel (tj. množina všech racionálních a iracionálních čísel)

$\mathbb{C}$  – množina všech komplexních čísel

## Intervaly

Množina $a, b \in \mathbb{R}, a < b$	Zobrazení na číselné ose	Zápis	Název intervalu
$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x \leq b\}$		$[a, b]$	uzavřený interval $a, b$
$\{x \in \mathbb{R}; a < x < b\}$		$(a, b)$	otevřený interval $a, b$
$\{x \in \mathbb{R}; a \leq x < b\}$		$[a, b)$	polouzavřený interval $a, b$ zleva uzavřený, zprava otevřený
$\{x \in \mathbb{R}; a < x \leq b\}$		$(a, b]$	polouzavřený interval $a, b$ zleva otevřený, zprava uzavřený
$\{x \in \mathbb{R}; x \geq a\}$		$[a, +\infty)$	zleva uzavřený interval od $a$ do plus nekonečna
$\{x \in \mathbb{R}; x > a\}$		$(a, +\infty)$	otevřený interval od $a$ do plus nekonečna
$\{x \in \mathbb{R}; x \leq a\}$		$(-\infty, a]$	zprava uzavřený interval od minus nekonečna do $a$
$\{x \in \mathbb{R}; x < a\}$		$(-\infty, a)$	otevřený interval od minus nekonečna do $a$

## Absolutní hodnota v intervalech

Pro každé $k \in \mathbb{R}^+, a \in \mathbb{R}$ platí:
$\{x \in \mathbb{R};  x - a  = k\} = \{a - k, a + k\}$
$\{x \in \mathbb{R};  x - a  \leq k\} = [a - k, a + k]$
$\{x \in \mathbb{R};  x - a  < k\} = (a - k, a + k)$
$\{x \in \mathbb{R};  x - a  \geq k\} = (-\infty, a - k] \cup [a + k, +\infty)$
$\{x \in \mathbb{R};  x - a  > k\} = (-\infty, a - k) \cup (a + k, +\infty)$

## Mocniny a odmocniny

### Mocniny s přirozeným a celým mocnitelem

$a \in \mathbb{R}$ $n \in \mathbb{N}$	$a^n$ ... $n$ -tá mocnina čísla $a$ $a$ — základ mocniny (mocněnec) $n$ — mocnitel (exponent) $a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_n$ $n$ činitelů
$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$	$a^0 = 1$ , $0^0$ není definováno
$a \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $p, q \in \mathbb{R} \setminus \{0\}$ $n \in \mathbb{N}$	$a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$ , $\frac{1}{a^{-n}} = a^n$ , $\left(\frac{p}{q}\right)^{-n} = \left(\frac{q}{p}\right)^n$

### Pro přípustné hodnoty proměnných platí:

$ka^s \pm la^s = (k \pm l)a^s$	$(a^r)^s = a^{rs}$
$a^r \cdot a^s = a^{r+s}$	$(a \cdot b)^r = a^r \cdot b^r$
$a^r : a^s = \frac{a^r}{a^s} = a^{r-s}$	$\left(\frac{a}{b}\right)^r = \frac{a^r}{b^r}$

## Mocniny s racionálním mocnitelem, odmocniny

$a \in \mathbb{R}_0^+$	$n \in \mathbb{N}$	$\sqrt[n]{a} \dots$ $n$ -tá odmocnina z čísla $a$ $a$ — základ odmocniny (odmocněnec) $n$ — odmocnitel $\sqrt{\phantom{x}}$ — odmocnítko $\sqrt[n]{a} = x \Leftrightarrow x \geq 0 \wedge x^n = a$
	$m \in \mathbb{Z}$ $n \in \mathbb{N}$	$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m$ Je-li $m < 0$ , pak podmínka pro odmocněnce je $a > 0$ .
	$k \in \mathbb{N}_0$ $n = 2k+1$	$\sqrt[n]{(-a)} = -\sqrt[n]{a}$ , $\sqrt[n]{(-a)^n} = -\sqrt[n]{a^n} = -a$
	$k \in \mathbb{N}$ $n = 2k$	$\sqrt[n]{(-a)}$ nedefinováno, $\sqrt[n]{(-a)^n} = a$

## Pravidla pro počítání s odmocninami

$a \in \mathbb{R}_0^+$ $n, p \in \mathbb{N}$ $m \in \mathbb{Z}$	$\sqrt[n]{\sqrt[p]{a^{mp}}} = \sqrt[n]{a^m}$	(1)
$a, b \in \mathbb{R}_0^+$ $n \in \mathbb{N}$	$\sqrt[n]{a} \cdot \sqrt[n]{b} = \sqrt[n]{a \cdot b}$	(2)
$a \in \mathbb{R}_0^+, b \in \mathbb{R}^+$ $n \in \mathbb{N}$	$\frac{\sqrt[n]{a}}{\sqrt[n]{b}} = \sqrt[n]{\frac{a}{b}}$	(3)
$a \in \mathbb{R}_0^+$ $r, s \in \mathbb{N}$	$\sqrt[r]{\sqrt[s]{a}} = \sqrt[r \cdot s]{a} = \sqrt[r \cdot s]{a}$	(4)

## Výrazy

### Důležité vzorce

$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 = (a + b)(a + b)$
$(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2 = (a - b)(a - b)$
$a^2 + b^2$ nelze v $\mathbb{R}$ rozložit
$a^2 - b^2 = (a + b)(a - b) = (a - b)(a + b)$
$(a + b)^3 = a^3 + 3a^2b + 3ab^2 + b^3 = (a + b)(a + b)(a + b)$
$(a - b)^3 = a^3 - 3a^2b + 3ab^2 - b^3 = (a - b)(a - b)(a - b)$
$a^3 + b^3 = (a + b)(a^2 - ab + b^2)$
$a^3 - b^3 = (a - b)(a^2 + ab + b^2)$